

Z定理を用いたλμ計算の合流性証明

本多 雄樹 (名古屋大学) 中澤 巧爾 (名古屋大学) 藤田 憲悦 (群馬大学)

成果

- ① λμ計算の合流性をZ定理[Dehornoy+08]を用いて証明
 - [Baba+01]の complete development がZ性を満たすことを証明
- ② λμ計算に外延性規則(μη)を加えた計算体系の合流性を合成的Z定理[Nakazawa+16]を用いて証明
 - μη簡約とそれ以外の簡約に分割

λμ計算+外延性規則[Parigot92]

λμ計算 = λ計算+制御オペレータ

項: $M ::= x | \lambda x. x | MM | \mu\alpha. M | [\alpha]M$

簡約規則: $(\beta) (\lambda x. M)N \rightarrow_{\beta} M[x := N]$

$(S) (\mu\alpha. M)N \rightarrow_S M[[\alpha]w := [\alpha](wN)]$

$(R) [\alpha](\mu\beta. M) \rightarrow_R M[\beta := \alpha]$

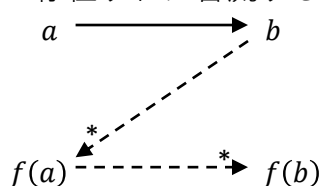
$(\mu\eta) \mu\alpha. [\alpha]M \rightarrow_{\mu\eta} M (\alpha \notin M)$

簡約の例:

$(S) (\mu\alpha. [\alpha]([\alpha]xy))z \rightarrow_S \mu\alpha. [\alpha]([\alpha]xyz)z$

Z定理[Dehornoy+08]

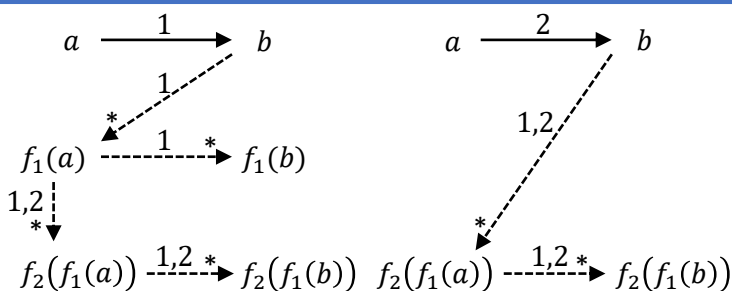
抽象書き換え系 (A, \rightarrow) は、次のZ性を満たす A 上の写像 f が存在すれば合流する



λβの場合, complete development がZ性を満たす
complete development = 見えている redex を全て簡約したもの

合成的Z定理[Nakazawa+16]

抽象書き換え系 (A, \rightarrow) は、 $\rightarrow = \rightarrow_1 \cup \rightarrow_2$ とするとき、次の性質を満たす A 上の写像 f_1, f_2 が存在すれば合流する



どこが難しい?

通常の complete development ではZ性を満たさない

→ [Baba+01]の complete development を利用

$([\alpha](\mu\beta. M)\vec{N})^* = M^* [[\beta]w := [\alpha](w\vec{N}^*)]$ とする

→ そのままではまだZ性を満たさない

[理由] $\mu\alpha. [\alpha]((\mu\beta. M)\vec{N})$ $[\alpha]((\mu\beta. [\beta]M)\vec{N})$

赤と青のどちらかを優先処理しなければならない

→ どちらでもZ性は満たさない

赤を優先した場合の反例:

$[\alpha](\mu\beta. ((\lambda x. x)([\beta](\mu\gamma. y)))) \rightarrow [\alpha](\mu\beta. [\beta](\mu\gamma. y))$

complete development
↓
y $\not\rightarrow$ $[\alpha](\mu\gamma. y)$

こうやって解決しました

合成的Z定理 [Nakazawa+16] を適用

$\rightarrow_1 = \rightarrow_{\mu\eta}$, $\rightarrow_2 = \rightarrow_{\beta} \cup \rightarrow_S \cup \rightarrow_R$

赤と青が競合しない!

M^{*1} の定義

$x^{*1} = x$

$(\lambda x. M)^{*1} = \lambda x. M^{*1}$

$(M_1 M_2)^{*1} = M_1^{*1} M_2^{*1}$

$(\mu\alpha. [\alpha]M)^{*1} = M^{*1} (\alpha \notin M)$

$(\mu\alpha. M)^{*1} = \mu\alpha. M^{*1}$ (それ以外)

$([\alpha]M)^{*1} = [\alpha]M^{*1}$

M^{*2} の定義

$x^{*2} = x$

$(\lambda x. M)^{*2} = \lambda x. M^{*2}$

$((\lambda x. M_1)M_2)^{*2} = M_1^{*2} [x := M_2^{*2}]$

$((\mu\alpha. M)\vec{N})^{*2} = \mu\alpha. M^{*2} [[\alpha]w := [\alpha](w\vec{N}^{*2})]$

$(M_1 M_2)^{*2} = M_1^{*2} M_2^{*2}$ (それ以外)

$(\mu\alpha. M)^{*2} = \mu\alpha. M^{*2}$

$([\alpha](\mu\beta. M)\vec{N})^{*2} = M^{*2} [[\beta]w := [\alpha](w\vec{N}^{*2})]$

$([\alpha]M)^{*2} = [\alpha]M^{*2}$ (それ以外)

$(\cdot)^{*1}$, $(\cdot)^{*2}$ が合成的Z定理の条件を満たすことを証明